Mathématiques 4e

Sommaire du cours

Programme officiel du cycle 4 – 2026

1 • Nombres et algèbre → 2 • Espace et géométrie → 3 • Statistiques et probabilités → 4 • Informatique

Partie 1 • Nombres, calculs et algèbre

1 Chapitre 1 : Les nombres relatifs

I. Multiplication et division de nombres relatifs ..... page 3
II. Enchaînements d'opérations avec des relatifs ..... page 4

2 Chapitre 2 : Fractions et nombres rationnels

I. Nombres rationnels ..... page 5
II. Produit de fractions, fraction d'une fraction ..... page 6
III. Inverse et division de fractions ..... page 7
IV. Calculs et problèmes avec des fractions ..... page 8

3 Chapitre 3 : Puissances et racine carrée

I. Puissances d'exposant positif ..... page 9
II. Racine carrée ..... page 10

4 Chapitre 4 : Calcul littéral et équations

I. Formules et démonstrations ..... page 11
II. Distributivité : développer, factoriser, réduire ..... page 12
III. Équations du type $ax + b = c$ ..... page 13
IV. Mettre un problème en équation ..... page 14

5 Chapitre 5 : Proportionnalité et fonctions

I. Grandeurs quotients, rapports et ratios ..... page 15
II. Quatrième proportionnelle et partage proportionnel ..... page 16
III. Pourcentages et coefficient multiplicateur ..... page 17
IV. Programmes de calcul et fonctions ..... page 18

Partie 2 • Espace et géométrie

6 Chapitre 6 : Les triangles

I. Les théorèmes des milieux ..... page 19
II. Le théorème de Pythagore ..... page 20
III. Réciproque et contraposée du théorème de Pythagore ..... page 21
IV. Triangle rectangle et cercle circonscrit ..... page 22

7 Chapitre 7 : Transformations et espace

I. Les translations ..... page 23
II. Pyramides et cônes ..... page 24

Partie 3 • Statistiques et probabilités

8 Chapitre 8 : Statistiques

I. Moyenne pondérée ..... page 25

II. Médiane, étendue, comparaison de séries ..... page 26

9 Chapitre 9 : Les probabilités

I. Évènements et notations ..... page 27

II. Expériences à deux épreuves, fréquences ..... page 28

Partie 4 • Informatique

10 Chapitre 10 : Algorithmique et programmation

I. Conditions et instructions conditionnelles ..... page 29

II. Les variables ..... page 30

III. Écrire et modifier un programme ..... page 31

Multiplication et division de nombres relatifs

1 - Produit d'un nombre positif et d'un nombre négatif

Avec l'addition itérée : $(-5) \times 3 = 3 \times (-5) = (-5) + (-5) + (-5) = -15$.

Avec la distributivité : $3{,}7 \times (-4) + 3{,}7 \times 4 = 3{,}7 \times (-4+4) = 3{,}7 \times 0 = 0$.
Donc $3{,}7 \times (-4)$ est l'opposé de $3{,}7 \times 4 = 14{,}8$: $3{,}7 \times (-4) = -14{,}8$.

Propriété 1 : Le produit d'un nombre **positif** et d'un nombre **négatif** est un nombre **négatif**. Sa distance à zéro est le produit des distances à zéro.

2 - Produit de deux nombres négatifs

$(-7) \times (-4) + (-7) \times 4 = (-7) \times (-4+4) = (-7) \times 0 = 0$.
Donc $(-7) \times (-4)$ est l'opposé de $(-7) \times 4 = -28$: $(-7) \times (-4) = -(-28) = 28$.

Propriété 2 : Le produit de deux nombres **de même signe** est **positif**; le produit de deux nombres **de signes contraires** est **négatif** (règle des signes).

Propriété 3 : Un produit de plusieurs nombres relatifs non nuls est **positif** s'il contient un nombre **pair** de facteurs négatifs, et **négatif** s'il en contient un nombre **impair**.

- $(-6) \times (-1{,}5) = 9$
- $2{,}5 \times (-8) = -20$
- $(-1) \times 7 = -7$: multiplier par -1, c'est prendre l'**opposé**.
- $(-2) \times (-3) \times (-5)$: 3 facteurs négatifs, le produit est négatif : -30.
- $(-1) \times (-2) \times 4 \times (-5) \times (-1)$: 4 facteurs négatifs : 40.

3 - Quotient de deux nombres relatifs

Définition 1 : a et b sont deux nombres relatifs, $b \neq 0$. Le **quotient** de a par b, noté $a \div b$ ou $\dfrac{a}{b}$, est le nombre qui, multiplié par b, donne a : $b \times \dfrac{a}{b} = a$.

Propriété 4 : Le quotient de deux nombres relatifs suit la **même règle des signes** que le produit : positif si les deux nombres ont le même signe, négatif sinon.

- $(-12) \div 3 = ?$ On cherche le nombre qui, multiplié par 3, donne -12 : c'est -4 car $3 \times (-4) = -12$. Donc $(-12) \div 3 = -4$.
- $(-35) \div (-7) = 5$ car $(-7) \times 5 = -35$.
- $\dfrac{18}{-4} = -4{,}5$.

Remarque : Attention à ne pas confondre les règles : $(-3)+(-4) = -7$ (addition : on garde le signe) mais $(-3)\times(-4) = 12$ (multiplication : règle des signes).

Enchaînements d'opérations avec des nombres relatifs

1 - Priorités opératoires

Propriété 1 : Dans un calcul, on effectue dans cet ordre : **1.** les calculs entre parenthèses (les plus intérieures d'abord) ; **2.** les puissances ; **3.** les multiplications et divisions, de gauche à droite ; **4.** les additions et soustractions, de gauche à droite.

Propriété 2 : Avec des nombres relatifs, on applique les priorités opératoires puis, à chaque étape, la règle de calcul correspondant à l'opération : règle des signes pour $\times$ et $\div$; addition de relatifs pour $+$ et $-$.

$A = (-3) + (-4) \times (+7)$	$B = -5(2-7)$	$C = (7-9) \times (-2) - 3 \times 4 + 5$
$A = (-3) + (-28)$	$B = -5 \times (-5)$	$C = (-2) \times (-2) - 12 + 5$
$A = -31$	$B = 25$	$C = 4 - 12 + 5 = -3$

Avec un quotient : $D = \dfrac{-8+2}{3-5} = \dfrac{-6}{-2} = 3$ (le trait de fraction joue le rôle de parenthèses).

Avec un carré : $E = -2 \times (-3)^2 + 10 = -2 \times 9 + 10 = -18 + 10 = -8$.

Remarque : $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$ mais $-3^2 = -(3 \times 3) = -9$: les parenthèses changent le résultat.

2 - Vocabulaire et programmes de calcul

Propriété 3 : La nature d'un calcul (somme, différence, produit, quotient) est donnée par la **dernière opération** effectuée en respectant les priorités.

• $(-3) + (-4) \times 7$ est une somme ; $-5(2-7)$ est un produit ; $\dfrac{-8+2}{3-5}$ est un quotient.

Programme de calcul :
• Choisir un nombre : -4
• Lui soustraire 3
• Multiplier le résultat par -2
• Ajouter 10

Une seule expression : $\big((-4)-3\big) \times (-2) + 10$
$= (-7) \times (-2) + 10 = 14 + 10 = 24$.
C'est la **somme** du produit $\big((-4)-3\big) \times (-2)$ et de 10.

Remarque : Inversement, une expression peut se traduire en phrase : $3 \times (-5) - 2$ est « la différence entre le produit de 3 par -5 et 2 ».

Nombres rationnels

1 - Nombres rationnels

Définition 1 : Un **nombre rationnel** est un nombre qui peut s'écrire comme le **quotient de deux nombres entiers relatifs** : $\frac{a}{b}$, avec a et b entiers relatifs et $b \neq 0$.

- $-5 = \frac{-5}{1}$ est rationnel (entier). • $0{,}75 = \frac{3}{4}$ est rationnel (décimal).
- $\frac{1}{3} = 0{,}333\ldots$ est rationnel mais n'est **ni entier, ni décimal**.
- Un nombre rationnel peut donc être entier, décimal, ou ni l'un ni l'autre.

Remarque : Dans ce cours, on ne distingue pas « fraction » et « écriture fractionnaire » : $\frac{-4}{3}$ ou $\frac{2{,}5}{7}$ sont aussi appelées fractions.

2 - Fractions égales, simplification

Propriété 1 : Une fraction ne change pas quand on multiplie ou divise son numérateur et son dénominateur par un **même nombre non nul** : $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$.

Définition 2 : **Simplifier** une fraction, c'est écrire une fraction égale avec un numérateur et un dénominateur plus petits. Une fraction est **irréductible** quand on ne peut plus la simplifier.

- $\frac{24}{36} = \frac{2 \times 12}{3 \times 12} = \frac{2}{3}$ • $\frac{45}{105} = \frac{3 \times 15}{7 \times 15} = \frac{3}{7}$ • $\frac{-14}{-21} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3}$

On cherche un diviseur commun au numérateur et au dénominateur (critères de divisibilité, tables).

3 - Opposé et signe d'un nombre rationnel

$\frac{4}{3} + \frac{-4}{3} = \frac{4+(-4)}{3} = \frac{0}{3} = 0$: donc $\frac{-4}{3}$ est l'opposé de $\frac{4}{3}$, c'est-à-dire $\frac{-4}{3} = -\frac{4}{3}$.

Propriété 2 : Pour tous nombres a et b, avec $b \neq 0$: $\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$ et $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$.

- $\frac{7}{-2} = -\frac{7}{2} = -3{,}5$ • $\frac{-9}{-12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ • L'opposé de $-\frac{5}{8}$ est $\frac{5}{8}$.

Remarque : Pour comparer deux nombres rationnels, on peut les écrire avec le même dénominateur (positif) et comparer les numérateurs : $-\frac{3}{4} = -\frac{9}{12}$ et $-\frac{2}{3} = -\frac{8}{12}$, donc $-\frac{3}{4} < -\frac{2}{3}$.