Mathématiques 3e

Sommaire du cours

Programme officiel du cycle 4 – 2026

1 • Nombres et algèbre → 2 • Espace et géométrie → 3 • Statistiques et probabilités → 4 • Informatique

Partie 1 • Nombres, calculs et algèbre

1 Chapitre 1 : Arithmétique et fractions

I. Nombres premiers, décomposition en facteurs premiers ..... page 3
II. Fractions irréductibles et problèmes ..... page 4

2 Chapitre 2 : Puissances et racine carrée

I. Puissances d'exposant entier relatif ..... page 5
II. Notation scientifique ..... page 6
III. Racine carrée et équations $x^2 = a$ ..... page 7

3 Chapitre 3 : Calcul littéral, équations et inéquations

I. Simplifier, double distributivité ..... page 8
II. Identités remarquables ..... page 9
III. Équations produit nul ..... page 10
IV. Inéquations du premier degré ..... page 11

4 Chapitre 4 : Proportionnalité et fonctions

I. Proportionnalité, pourcentages et évolutions ..... page 12
II. Notion de fonction : image, antécédent ..... page 13
III. Fonctions linéaires ..... page 14
IV. Fonctions affines ..... page 15
V. La fonction carré ..... page 16

Partie 2 • Espace et géométrie

5 Chapitre 5 : Le théorème de Thalès

I. Le théorème de Thalès ..... page 17
II. Réciproque et contraposée du théorème de Thalès ..... page 18

6 Chapitre 6 : Trigonométrie

I. Calculer une longueur ..... page 19
II. Calculer un angle ..... page 20

7 Chapitre 7 : Translations et vecteurs

I. Translations et vecteurs ..... page 21
II. Somme de vecteurs, relation de Chasles ..... page 22

8 Chapitre 8 : Géométrie dans l'espace

I. Sphère et boule ..... page 23
II. Sections de solides ..... page 24

Partie 3 • Statistiques et probabilités

9 Chapitre 9 : Statistiques

I. Effectifs cumulés, médiane et quartiles ..... page 25

II. Boîtes à moustaches, comparer des séries ..... page 26

10 Chapitre 10 : Les probabilités

I. Réunion, intersection, deux épreuves ..... page 27

II. Simulation, stabilisation des fréquences ..... page 28

Partie 4 • Informatique

11 Chapitre 11 : Algorithmique et programmation

I. Plusieurs variables, conditions composées ..... page 29

II. La boucle conditionnelle ..... page 30

III. Structurer un programme : blocs personnalisés ..... page 31

Nombres premiers, décomposition en facteurs premiers

1 - Multiples, diviseurs, critères de divisibilité

Définition 1 : a et b sont deux entiers naturels, $b \neq 0$. S'il existe un entier k tel que $a = b \times k$, on dit que a est un **multiple** de b, que a est **divisible** par b, et que b est un **diviseur** de a.

Propriété 1 : Un entier est divisible par **2** si son chiffre des unités est pair ; par **5** si son chiffre des unités est 0 ou 5 ; par **3** (ou par **9**) si la somme de ses chiffres est divisible par 3 (ou par 9).

- $84 = 12 \times 7$: 84 est un multiple de 12 et 7 est un diviseur de 84.
- $4\,815$: chiffre des unités 5 et $4 + 8 + 1 + 5 = 18$: il est divisible par 5, par 3 et par 9, mais pas par 2.

2 - Nombres premiers

Définition 2 : Un **nombre premier** est un entier naturel qui admet **exactement deux diviseurs** distincts : 1 et lui-même.

- Nombres premiers inférieurs à 50 : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47.
- 1 n'est pas premier (un seul diviseur) ; 15 n'est pas premier ($15 = 3 \times 5$) ; 2 est le seul nombre premier pair.
- Pour savoir si 97 est premier, on teste les divisions par 2, 3, 5, 7 (on s'arrête car $11^2 = 121 > 97$) : aucune ne tombe juste, donc 97 est premier.

Remarque : Le **crible d'Ératosthène** permet de trouver tous les nombres premiers jusqu'à une valeur donnée en barrant successivement les multiples de 2, 3, 5, 7... Il existe une infinité de nombres premiers.

3 - Décomposition en produit de facteurs premiers

Propriété 2 : Tout entier supérieur ou égal à 2 peut s'écrire comme un **produit de nombres premiers**. Cette décomposition est **unique** (à l'ordre des facteurs près).

360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

On divise successivement par les nombres premiers 2, 3, 5, 7... tant que c'est possible :

$360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$.

De même : $60 = 2^2 \times 3 \times 5$; $84 = 2^2 \times 3 \times 7$.

4 - Utiliser la décomposition

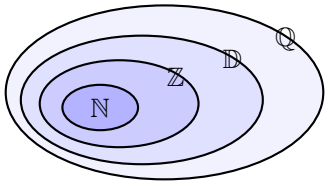
- **Simplifier une fraction :** $\dfrac{60}{84} = \dfrac{2^2 \times 3 \times 5}{2^2 \times 3 \times 7} = \dfrac{5}{7}$.
- **Diviseurs communs :** les diviseurs communs à 60 et 84 sont les diviseurs de $2^2 \times 3 = 12$: 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12.
- **Problème :** on veut répartir 60 roses et 84 tulipes dans des bouquets identiques, en utilisant toutes les fleurs. Le plus grand nombre de bouquets possible est 12, chacun avec 5 roses et 7 tulipes.

Fractions irréductibles et problèmes

1 - Les ensembles de nombres

Définition 1 : On note : $\mathbb{N}$ l'ensemble des entiers naturels ; $\mathbb{Z}$ celui des entiers relatifs ; $\mathbb{D}$ celui des nombres décimaux ; $\mathbb{Q}$ celui des nombres **rationnels** (quotients de deux entiers relatifs).

- $7 \in \mathbb{N}$; $-3 \in \mathbb{Z}$; $2{,}35 \in \mathbb{D}$; $\dfrac{1}{3} \in \mathbb{Q}$.
- Chaque ensemble est contenu dans le suivant : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$.
- $\sqrt{2}$ et π ne sont pas rationnels : ils sont **irrationnels**.



2 - Fraction irréductible

Définition 2 : Une fraction est **irréductible** lorsque son numérateur et son dénominateur n'ont pas d'autre diviseur commun que 1.

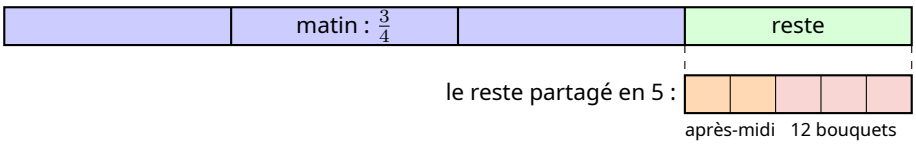
Propriété 1 : Pour rendre une fraction irréductible, on peut la simplifier **successivement** par des diviseurs communs, ou décomposer numérateur et dénominateur en produits de facteurs premiers et supprimer les facteurs communs.

- Simplifications successives : $\dfrac{126}{168} = \dfrac{63}{84} = \dfrac{21}{28} = \dfrac{3}{4}$ (par 2, puis 3, puis 7).
- Avec la décomposition : $\dfrac{126}{168} = \dfrac{2 \times 3^2 \times 7}{2^3 \times 3 \times 7} = \dfrac{3}{2^2} = \dfrac{3}{4}$.
- $\dfrac{15}{35} = \dfrac{3}{7}$; $\dfrac{63}{14} = \dfrac{9}{2}$ (tables de 5 et de 7).

Remarque : Un résultat de calcul avec des fractions est toujours donné sous forme **irréductible**.

3 - Résoudre des problèmes avec des fractions

Problème : le premier mai, un marchand de muguet vend les $\dfrac{3}{4}$ de ses bouquets le matin et les $\dfrac{2}{5}$ du reste l'après-midi. Il lui reste 12 bouquets. Combien en avait-il au début ?



- Il reste $\dfrac{1}{4}$ après le matin. L'après-midi, il vend $\dfrac{2}{5}$ de ce reste : il en reste $\dfrac{3}{5} \times \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{20}$ du total.
- $\dfrac{3}{20}$ du total représentent 12 bouquets, donc $\dfrac{1}{20}$ en représente 4, et le total vaut $20 \times 4 = 80$ bouquets.
- Vérification : matin 60, reste 20, après-midi $\dfrac{2}{5} \times 20 = 8$, il reste $20 - 8 = 12$. ✓

Puissances d'exposant entier relatif

1 - Puissances d'exposant positif (rappels)

Définition 1 : Pour tout nombre a et tout entier $n \geqslant 1$: $a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs}}$. Par convention, pour $a \neq 0$: $a^0 = 1$.

$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$ $\quad (-2)^3 = -8$ $\quad 10^5 = 100\,000$ $\quad 5^0 = 1$

2 - Puissances d'exposant négatif

Pour comprendre : on divise par 2 à chaque étape : $2^3 = 8$; $2^2 = 4$; $2^1 = 2$; $2^0 = 1$; $2^{-1} = \frac{1}{2}$; $2^{-2} = \frac{1}{4}$; $2^{-3} = \frac{1}{8}$...

Définition 2 : Pour tout nombre a non nul et tout entier $n \geqslant 1$, a^{-n} est l'**inverse** de a^n :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

- $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$
- $(-3)^{-3} = \frac{1}{(-3)^3} = -\frac{1}{27}$
- $10^{-4} = \frac{1}{10\,000} = 0{,}000\,1$

Remarque : 10^{-n} s'écrit avec un 1 en n-ième position après la virgule : $10^{-3} = 0{,}001$ (un millième).

3 - Multiplier et diviser des puissances

Propriété 1 : Pour tout nombre a non nul et tous entiers relatifs m et n :

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \qquad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Propriété 2 : Pour tous nombres a et b non nuls et tout entier relatif n : $(a \times b)^n = a^n \times b^n$.

- $7^5 \times 7^{-2} = 7^{5+(-2)} = 7^3$
- $\frac{10^4}{10^7} = 10^{4-7} = 10^{-3}$
- $\frac{2^{-3}}{2^{-5}} = 2^{-3-(-5)} = 2^2$
- $10^{-2} \times 10^6 = 10^4$
- $\frac{3^4 \times 3^{-1}}{3^2} = \frac{3^3}{3^2} = 3$
- $5^{-3} \times 2^{-3} = (5 \times 2)^{-3} = 10^{-3}$

Remarque : Ces règles ne s'appliquent pas aux sommes : $10^2 + 10^3 = 1\,100$, ce n'est pas 10^5.

Remarque : L'**échiquier de Sissa** : on place 1 grain de riz sur la 1re case, 2 sur la 2e, 4 sur la 3e... La 64e case en reçoit $2^{63} \approx 9{,}2 \times 10^{18}$!