108 p 314

$(d) = (AB)$ $\qquad A(1;-2;-1)$

$\qquad\qquad\qquad \overrightarrow{AB}(2;-3;-1)$

1) $M(x,y,z) \in (d) \Leftrightarrow \exists t \in \mathbb{R} \,/\, \overrightarrow{AM} = t\,\overrightarrow{AB}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 2t \\ y+2 = -3t \\ z+1 = -t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2t+1 \\ y = -3t-2 \\ z = -t-1 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

2) $$(d')\begin{cases} x = 2-t' \\ y = 1+2t' \\ z = t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = -t' \\ y-1 = 2t' \\ z = t' \end{cases} (t' \in \mathbb{R})$$

donc $\vec{u}(-1;2;1)$ dirige (d')

- $\overrightarrow{AB}(2;-3;-1)$ et $\vec{u_0}(-1;2;1)$ sont-ils colinéaires

on cherche $k \in \mathbb{R} \,/\, \overrightarrow{AB} = k\,\vec{u_0} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = -k \\ -3 = 2k \\ -1 = k \end{cases}$

pas de sol donc $(d) \not\parallel (d')$

- (d) et (d') sont-elles sécantes ?

$$\begin{cases} 2t+1 = 2-t' \\ -3t-2 = 1+2t' \\ -t-1 = t' \end{cases} \qquad \begin{cases} t' = -t-1 \\ 2t+\cancel{1} = 2+t+\cancel{1} \\ -3t-2 = 1+2(-t-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} t' = -t-1 \\ t = 2 \\ -t = 1 \end{cases}$$ donc pas de sol

Donc (d) et (d') sont non coplanaires.

3) a) $\mathcal{P}(C; \vec{u}; \vec{v})$

avec $C(0;-3;0)$

$\vec{u}(1;-4;0)$ et $\vec{v}(0;-5;1)$

donc $M(x,y,z) \in \mathcal{P} \Leftrightarrow \exists t, s \in \mathbb{R} /$
$\vec{CM} = t\vec{u} + s\vec{v}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = t \\ y+3 = -4t - 5s \\ z = s \end{cases} ; s,t \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = t \\ y = -4t - 5s - 3 \\ z = s \end{cases} \quad (\mathcal{P})$$

$A(1;-2;-1) \in \mathcal{P}$?

$$\begin{cases} 1 = t \\ -2 = -4t - 5s - 3 \\ -1 = s \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s = -1 \\ t = 1 \\ -4t - 5s - 3 = -4 + 5 - 3 = 2 \end{cases}$$

donc $A \in \mathcal{P}$

on vérifie de même que $B \in \mathcal{P}$.

donc $(d) \subset \mathcal{P}$.

b) On résout :

$$\begin{cases} 2 - t' = t \\ 1 + 2t' = -4t - 5s - 3 \\ t' = s \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = s \\ t = 2 - s \\ 1 + 2s = -4(2-s) - 5s - 3 \end{cases}$$

$1 + 2s = -8 + 4s - 5s - 3$

$3s = -12$

$s = -4$

d'où $s = -4 ; t = 6 ; t' = -4$

donc $I(6; -7; -4)$

112 p 315

1) a) $A(x_A ; y_A ; z_A)$ et $\vec{u}(a, b, c)$

$M(x, y, z) \in d(A ; \vec{u}) \iff \exists t \in \mathbb{R} / \vec{AM} = t\vec{u}$

$$\iff \begin{cases} x - x_A = at \\ y - y_A = bt \\ z - z_A = ct \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

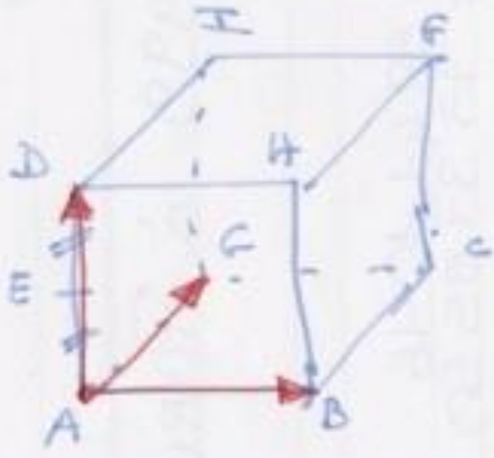
b) $M(x, y, z) \in \mathcal{P}(A, \vec{u}, \vec{v}) \iff \exists t', s \in \mathbb{R} /$
$\vec{AM} = t'\vec{u} + s\vec{v}$

$$\iff \begin{cases} x - x_A = at' + \alpha s \\ y - y_A = bt' + \beta s \\ z - z_A = ct + \gamma s \end{cases}, s, t' \in \mathbb{R}.$$

2) a) • Droite (EF)

$E(0 ; 0 ; \frac{1}{2})$
donc $\vec{EF}(1 ; 1 ; \frac{1}{2})$
$F(1 ; 1 ; 1)$

$$(EF) \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z - \frac{1}{2} = \frac{t}{2} \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$



• Plan (BCD)

$B(1, 0, 0)$; $C(1 ; 1 ; 0)$; $D(0 ; 0 ; 1)$

$\vec{BC}(0 ; 1 ; 0)$ et $\vec{BD}(-1 ; 0 ; 1)$

$$\begin{cases} x - 1 = 0 - s \\ y = t' + 0 \\ z = 0 + s \end{cases} \iff \begin{cases} x - 1 = -s \\ y = t' \\ z = s \end{cases}, \quad s, t' \in \mathbb{R}$$

b) K intersection de (EF) et (BDC).

$$\begin{cases} t = -s + 1 \\ t = t' \\ \frac{t}{2} + \frac{1}{2} = s \end{cases} \qquad \begin{cases} t' = t \\ s = \frac{t}{2} + \frac{1}{2} \\ t = -\left(\frac{t}{2} + \frac{1}{2}\right) + 1 \end{cases}$$

$\frac{3t}{2} = \frac{1}{2}$ donc $t = \frac{1}{3}$

$$\begin{cases} t = \frac{1}{3} \\ t' = \frac{1}{3} \\ s = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

donc $K\left(\frac{1}{3} ; \frac{1}{3} ; \frac{2}{3}\right)$